EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2019

FISICA

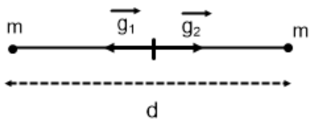
TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

a) Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación y justifique la respuesta: "Si en un punto del espacio la intensidad del campo gravitatorio creado por varias masas es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".
b) Dos cuerpos, de 10 kg de masa, se encuentran en dos de los vértices de un triángulo equilátero, de 0'5 m de lado. (i) Calcule el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo. (ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de las dos masas para traer otro cuerpo de 10 kg desde el infinito hasta el tercer vértice del triángulo.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

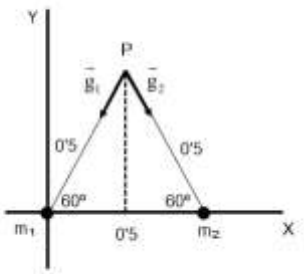
a) Falsa. Supongamos dos masas idénticas, en el punto medio del segmento que las une, el campo gravitatorio es nulo, pero el potencial gravitatorio no vale cero.



Aplicamos el principio de superposición:

$$V_g = V_{g1} + V_{g2} = -G\frac{M}{R} - G\frac{M}{R} = -G\frac{M}{\frac{d}{2}} - G\frac{M}{\frac{d}{2}} = -4G\frac{M}{d} \neq 0$$

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(P) = \vec{g_1}(P) + \vec{g_2}(P)$

$$\left|\vec{g_1}(P)\right| = \left|\vec{g_2}(P)\right| = G\frac{M}{R^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{10}{0'5^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m \cdot s^{-2}$$

$$\left|\vec{g}(P)\right| = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \cos 30^{o} \cdot 2 = 4'62 \cdot 10^{-9}\ m \cdot s^{-2} \Rightarrow \vec{g}(P) = -4'62 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ m \cdot s^{-2}$$

(ii) $W_{\infty \to P}(F_g) = -\left[E_{pg}(P) - \cancel{E_{pg}(\infty)}\right]$

Como: $r_1 = r_2 = 0'5$ y $m = m_1 = m_2 = 10$, entonces:

$$E_{pg}(P) = E_{pg1}(P) + E_{pg2}(P) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -2G\frac{10^2}{0'5} = -2'67 \cdot 10^{-8}\ J \Rightarrow W(F_g) = 2'67 \cdot 10^{-8}\ J$$

a) Una partícula que se encuentra en reposo empieza a moverse por la acción de una fuerza conservativa. (i) ¿Cómo se modifica su energía mecánica?. (ii) ¿Y su energía potencial?. Justifique las respuestas.
b) Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Determine: (i) El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento. (ii) El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0'2.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

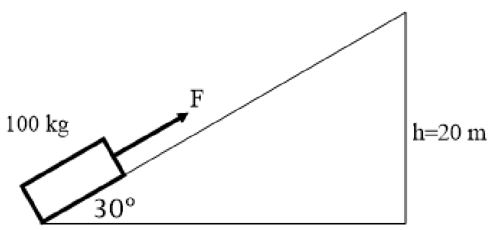
a) (i) Si no hay fuerzas no conservativas actuando, la energía mecánica se conserva debido al Principio de conservación de la energía mecánica.
Si hay alguna fuerza no conservativa actuando, la energía mecánica disminuye debido al trabajo de la fuerza no conservativa.

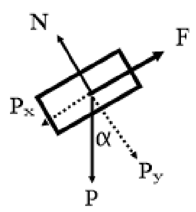
Ejemplo: Soltamos una partícula desde una altura.
Sin rozamiento, la energía mecánica se conserva porque la energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética.
Con rozamiento, la energía mecánica va disminuyendo porque el trabajo del rozamiento es negativo y disipa energía en calor.

(ii) La energía potencial disminuye al moverse la partícula ya que el trabajo de la fuerza conservativa es positivo.

$$W_{A\to B}(F) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right] > 0 \Rightarrow E_p(B) - E_p(A) < 0 \Rightarrow E_p(B) < E_p(A)$$

b)(i)





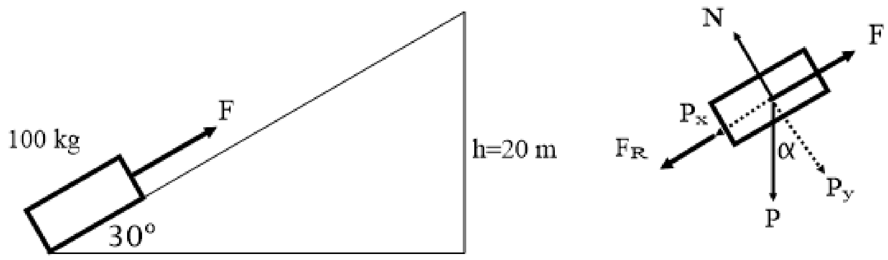
Si se sube el cuerpo con velocidad constante, según la 1ª Ley de Newton $\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$$F = P \cdot \text{sen}\, 30º = 100 \cdot 9'8 \cdot 0'5 = 490\ \text{N}$$

$$N = P \cdot \cos\alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 848'7\ \text{N}$$

El trabajo realizado es: $W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 490 \cdot \dfrac{20}{\text{sen}\, 30º} \cdot 1 = 19.600$ Julios

(ii)



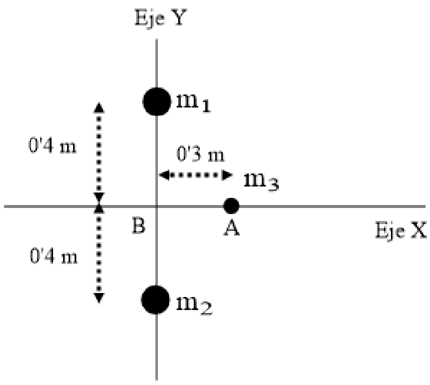
$$F = P \cdot \operatorname{sen} 30^{\circ} + F_R = 100 \cdot 9'8 \cdot 0'5 + \mu \cdot N = 490 + 0'2 \cdot 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^{\circ} = 659'74 \text{ N}$$

$$N = P \cdot \cos\alpha = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^{\circ} = 848'7 \text{ N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^{\circ} = 659'74 \cdot \frac{20}{\operatorname{sen} 30^{\circ}} \cdot 1 = 26.389'64 \text{ Julios}$$

a) Razone las respuestas a las siguientes cuestiones: ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?
b) Dos masas $m_1 = 200$ Kg y $m_2 = 100$ Kg se encuentran dispuestas en el eje Y, como se indica en la figura.

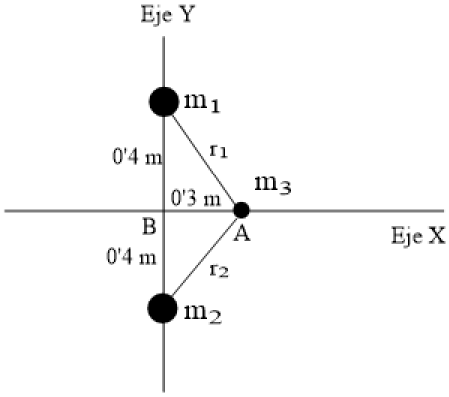


Determine, justificando su respuesta, el trabajo necesario para desplazar una pequeña masa $m_3 = 0'1$ Kg, situada sobre el eje X, desde A hasta B. Comente el signo de dicho trabajo.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) El trabajo realizado por una fuerza gravitatoria puede ser negativo, basta con que el ángulo de la fuerza gravitatoria con el vector desplazamiento sea mayor de 90º. Poe ejemplo, en un tiro vertical, la fuerza gravitatoria es hacia abajo y el desplazamiento es hacia arriba. El trabajo del peso es negativo.
La energía potencial gravitatoria puede ser negativa. Por ejemplo, si tomamos el suelo como energía potencial gravitatoria cero, en el sótano tenemos energía potencial gravitatoria negativa.

b)



$$r_1 = r_2 = \sqrt{0'3^2 + 0'4^2} = 0'5$$

$$E_{pg}(A) = E_{pg1}(A) + E_{pg2}(A) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\frac{200 \cdot 0'1}{0'5} - 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{100 \cdot 0'1}{0'5} =$$

$$= -2'668 \cdot 10^{-9} - 1'334 \cdot 10^{-9} = -4 \cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

$$E_{pg}(B) = E_{pg1}(B) + E_{pg2}(B) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r^*_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r^*_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\frac{200 \cdot 0'1}{0'4} - 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{100 \cdot 0'1}{0'4} =$$

$$= -3'335 \cdot 10^{-9} - 1'668 \cdot 10^{-9} = -5 \cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

$$W_{A \to P} = -\left[E_{pg}(B) - E_{pg}(A)\right] = -\left[-5 \cdot 10^{-9} + 4 \cdot 10^{-9}\right] = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Julios}$$

El signo del trabajo es positivo porque las fuerzas gravitatorias hacen el trabajo de forma espontánea para trasladar la masa m_3 desde A hasta B.

a) Tenemos una fuerza no conservativa actuando sobre una partícula de masa m que está en un campo gravitatorio. i) ¿Existe alguna relación entre el trabajo realizado por la fuerza no conservativa y la energía mecánica de la masa? ii) ¿Y entre el trabajo total de las fuerzas y la energía cinética? Justifique las respuestas.

b) Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de $5\ m\cdot s^{-1}$. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es 0,1. A partir del balance de energías, determine: i) La altura máxima que alcanzará en su ascenso. ii) La velocidad al regresar al punto de partida.

$g = 10\ m\cdot s^{-2}$

FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) (i) Haciendo un balance de energías, tenemos:

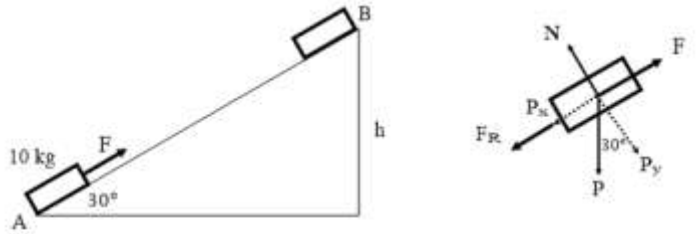
$$E_m(A) = E_m(B) + \left|W(F_{\text{no conservativa}})\right| \Rightarrow \left|W(F_{\text{no conservativa}})\right| = E_m(A) - E_m(B)$$

Esto significa que la pérdida de energía mecánica de la masa m es igual al trabajo de la fuerza no conservativa.

(ii) Haciendo uso del teorema de la energía cinética, el trabajo de las fuerzas que actúan sobre m es igual a la variación de energía cinética que sufre m.

$$\left|W(F_{\text{resultante}})\right| = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inicial})$$

b)



(i) $\text{sen}\,30^\circ = \dfrac{h}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = \dfrac{h}{\text{sen}\,30^\circ} = 2h$; $F_R = \mu\cdot N = \mu\cdot P\cdot\cos 30^\circ = 0'1\cdot 10\cdot 9'8\cdot\cos 30^\circ = 8'49\ N$

Hacemos un balance de energía entre A y B

$$E_m(A) = E_m(B) + \left|W_{AB}(f_{roz})\right| \Rightarrow E_c(A) = E_{pg}(B) + \left|W_{AB}(f_{roz})\right| \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A{}^2 = mgh + F_{roz}\cdot\overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}10\cdot 5^2 = 10\cdot 9'8\cdot h + 8'49\cdot 2h \Rightarrow 125 = 98h + 16'98h \Rightarrow h = \frac{125}{114'98} = 1'087\ m$$

(ii) Hacemos un balance de energía entre B y A

$$E_{pg}(B) = E_c(A) + \left|W_{AB}(f_{roz})\right| \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_A{}^2 + F_{roz}\cdot\overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot 9'8\cdot 1'087 = \frac{1}{2}10\cdot v_A^2 + 8'49\cdot 2\cdot 1'087 \Rightarrow 106'526 = 5\cdot v_A^2 + 18'457 \Rightarrow v_A = 4'2\ m/s$$

a) Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: i) Una partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza. ¿Puede asegurarse que esta fuerza realiza trabajo? ii) Una partícula, inicialmente en reposo, se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Y la energía cinética?
b) Un objeto de 3 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30º respecto a la horizontal por la acción de una fuerza paralela al plano de 200 N. El coeficiente de rozamiento entre el objeto y el plano es de 0,2. Calcule: i) El trabajo que realiza la fuerza cuando recorre 5 m a lo largo del plano inclinado. ii) La velocidad que alcanza al final del trayecto usando consideraciones energéticas.
$\mathbf{g = 10\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) (i) No puede asegurarse que realiza trabajo. Por ejemplo, la fuerza gravitatoria sobre un cuerpo en órbita no realiza trabajo, ya que el cuerpo se mueve sobre una superficie equipotencial.

(ii) Mediante el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(\text{inicial}) = E_m(\text{final}) \Rightarrow E_{pi} + E_{ci} = E_{pf} + E_{cf} \Rightarrow E_{pi} - E_{pf} = E_{cf}$$

La energía potencial disminuye y aumenta la energía cinética.
Ejemplo: Un cuerpo baja por un plano inclinado debido al peso. La E_{pg} disminuye y la E_c aumenta.

b)

(i) $W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 200 \cdot 5 \cdot 1 = 1000$ Julios

(ii) Usamos el teorema de la energía cinética: $W(F_{resultante}) = \Delta E_c$

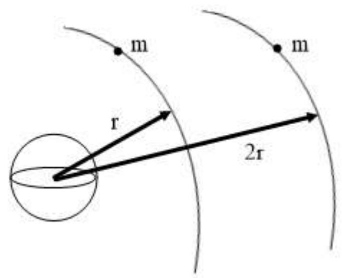
$$\left.\begin{array}{l} P_x = P \operatorname{sen} 30º = 3 \cdot 9'8 \cdot \operatorname{sen} 30º = 14'7\ N \\ P_y = P \cos 30º = 3 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 25'46\ N \\ F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 5'09\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F_{resultante} = F - F_{roz} - P_x = 200 - 5'09 - 14'7 = 180'21\ N$$

$$\left.\begin{array}{l} W(F_{resultante}) = F_R \cdot e = 180'21 \cdot 5 = 901'05 \\ \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v_f^2 + 0 \end{array}\right\} \Rightarrow W(F_{resultante}) = \Delta E_c \Rightarrow 901'05 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v_f^2 \Rightarrow v_f = 24'51\ m/s$$

a) Considere dos satélites de masas iguales en órbitas circulares alrededor de la Tierra. Uno de ellos gira en una órbita de radio r y el otro en una órbita de radio 2r. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: i) ¿Cuál de los dos se desplaza con mayor velocidad? ii) ¿Cuál de los dos tiene mayor energía potencial?
b) Un satélite de 500 kg se pone a orbitar en torno a un planeta, a una distancia de 24000 km de su centro y con un periodo de 31 horas terrestres. i) Calcule la masa del planeta. ii) Si se traslada el satélite a una órbita de radio 10000 km, calcule la variación de energía cinética entre ambas órbitas.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



(i) $v_{orbital} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$

Si R aumenta, el cociente disminuye, luego v disminuye. Es decir, se desplaza con más velocidad el satélite cuya órbita tenga menor radio.
Otra forma de verlo es que el satélite más cercano a la Tierra tiene que tener más velocidad orbital para evitar caer a la Tierra.

(ii) $E_{pg} = -G \frac{M_T \cdot m}{R}$

Si R aumenta, el cociente disminuye, pero como es un valor negativo entonces E_{pg} aumenta. Luego el satélite más alejado de la Tierra tiene más E_{pg}.

b) (i) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 24.000.000}{31 \cdot 3.600} = 1.351'22 \text{ m/s}$

$$v = 1.351'22 = \sqrt{G \frac{M_p}{R}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_p}{24.000.000}} \Rightarrow M_p = 6'57 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$$

(ii)

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m G \frac{M_p}{R_2} - \frac{1}{2} m G \frac{M_p}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2} 500 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{6'57 \cdot 10^{23}}{10.000.000} - \frac{1}{2} 500 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{6'57 \cdot 10^{23}}{24.000.000} = 6'39 \cdot 10^{8} \text{ Julios}$$

a) Conteste razonadamente: ¿Puede ser negativa la energía cinética de una partícula? ¿Y la energía potencial? En caso afirmativo, explique el significado físico del signo. ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial?.
b) Por un plano inclinado 30º respecto a la horizontal asciende, con velocidad constante, un bloque de 100 kg por acción de una fuerza paralela a dicho plano. Se sabe que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,2. i) Determine el aumento de energía potencial del bloque en un desplazamiento de 20 m. ii) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule el trabajo realizado por la fuerza paralela en ese desplazamiento.
$\mathbf{g = 10\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) La energía cinética de una partícula no puede ser negativa ya que $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, en donde m no puede ser negativa y v al estar elevado al cuadrado siempre sale positivo.

La energía potencial puede ser negativa ya que depende del sistema de referencia elegido. Por ejemplo, si tomo como energía potencial 0 el suelo, un objeto que está en un sótano tiene energía potencial gravitatoria negativa. El signo negativo indica que estoy por debajo del origen de energía potencial, es decir, que el trabajo de la fuerza gravitatoria para subir el cuerpo desde el sótano hasta el suelo es negativo.

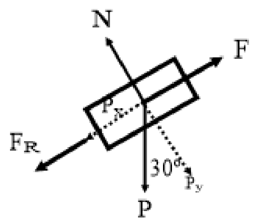
No siempre se cumple que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial. Cuando hay fuerzas no conservativas, no se cumple el principio de conservación de la energía mecánica, es decir, $\Delta E_c \neq \Delta E_p$.

b)

(i) $\operatorname{sen} 30º = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 20 \cdot \operatorname{sen} 30º = 10\ m$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = mg\Delta h = 100 \cdot 9'8 \cdot 10 = 9800 \text{ Julios}$$

(ii) Como la velocidad es constante $\Rightarrow F_{resultante} = F - F_{roz} - P_x = 0$



$$\left.\begin{array}{l} P_x = P \operatorname{sen} 30º = 100 \cdot 9'8 \cdot \operatorname{sen} 30º = 490\ N \\ P_y = P \cos 30º = 100 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 848'7\ N \\ F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'2 \cdot 848'7 = 169'74\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 169'74 + 490 = 659'74\ N$$

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 659'74 \cdot 20 \cdot 1 = 13194'82 \text{ Julios}$$

a) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape desde esa órbita es la mitad que la velocidad de escape desde la superficie terrestre. ¿A qué altura se encuentra el satélite? b) En un planeta esférico de radio 2200 km, la aceleración de la gravedad en la superficie es $g_0 = 5'2\ m \cdot s^{-2}$.i) Determine la masa del planeta. ii) Calcule la velocidad de escape desde su superficie.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$

FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)

$$v_{escape} = \frac{1}{2} v_{escape\ Tierra} \Rightarrow \sqrt{2G\frac{M_T}{R}} = \frac{1}{2}\sqrt{2G\frac{M_T}{R_T}} \Rightarrow 2G\frac{M_T}{R} = \frac{1}{4} 2G\frac{M_T}{R_T} \Rightarrow R = 4R_T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_T + h = 4R_T \Rightarrow h = 3R_T$$

b)

(i) $$g = G\frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow 5'2 = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_p}{(2.200.000)^2} \Rightarrow M_p = 3'77 \cdot 10^{23}\ Kg$$

(ii)

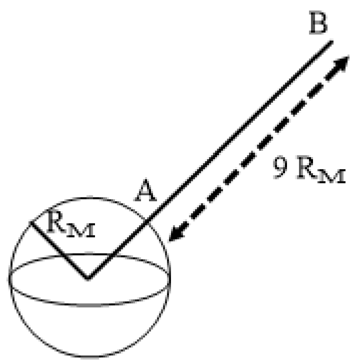
$$v_{escape} = \sqrt{2G\frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{3'77 \cdot 10^{23}}{2.200.000}} = 4.781'2\ m/s$$

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

a) Determine cuánto varía la masa, el peso y la energía potencial de un cuerpo cuando pasa de estar en la superficie marciana a elevarse sobre la superficie a una altura igual a nueve veces el radio de Marte.
b) Se coloca una masa de 3 kg en el punto $(3,0)$ m y otra masa de 5 kg en el punto $(0,1)$ m.
(i) Calcule el campo gravitatorio en el origen de coordenadas. (ii) Calcule el trabajo necesario para llevar la masa de 3 kg desde donde se encontraba inicialmente hasta el punto $(-3,0)$ m.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)



- La masa no varía, permanece constante, esté a la altura que esté.

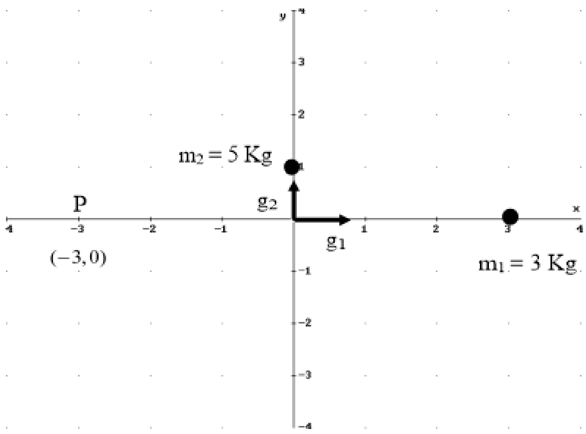
- El peso en B es 100 veces menor que en A, ya que:

$$\left.\begin{aligned} Peso(A) &= mg_M(A) = G\frac{M_M\cdot m}{R_M^2} \\ Peso(B) &= mg_M(B) = G\frac{M_M\cdot m}{(10R_M)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow Peso(B) = G\frac{M_M\cdot m}{(10R_M)^2} = \frac{Peso(A)}{100}$$

- La energía potencial gravitatoria va a aumentar ya que son números negativos.

$$\left.\begin{aligned} E_{pg}(A) &= -G\frac{M_M\cdot m}{R_M} \\ E_{pg}(B) &= -G\frac{M_M\cdot m}{10R_M} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pg}(B) = -G\frac{M_M\cdot m}{10R_M} = \frac{E_{pg}(A)}{10}$$

b)



(i)

$$\left|\vec{g}_{masa\,1}(O)\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{3}{3^2} = 2'22\cdot 10^{-11}$$

$$\left|\vec{g}_{masa\,2}(O)\right| = G\frac{m_2}{r_2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{5}{1^2} = 3'34\cdot 10^{-10}$$

Principio de superposición: $\vec{g}(O) = \vec{g}_{masa1}(O) + \vec{g}_{masa\,2}(O) = 2'22\cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 3'34\cdot 10^{-10}\,\vec{j}$

(ii)

$$E_{pg}(P) = E_{pg1}(P) + E_{pg2}(P) = -G\frac{m_1\cdot m}{r_1^*} - G\frac{m_2\cdot m}{r_2^*} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{3\cdot 3}{6} - 6'67\cdot 10^{-11}\frac{5\cdot 3}{\sqrt{10}} = -4'16\cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

$$E_{pg}(O) = E_{pg1}(O) + E_{pg2}(O) = -G\frac{m_1\cdot m}{r_1} - G\frac{m_2\cdot m}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{3\cdot 3}{3} - 6'67\cdot 10^{-11}\frac{5\cdot 3}{1} = -1'2\cdot 10^{-9}\ \text{J}$$

$$W_{O\to P} = -\left[E_{pg}(P) - E_{pg}(O)\right] = -\left[-4'16\cdot 10^{-10} + 1'2\cdot 10^{-9}\right] = -7'84\cdot 10^{-10}\ \text{Julios}$$

a) Dos cuerpos de masas m y 2m se encuentran en una misma órbita circular alrededor de la Tierra. Deduzca la relación entre: i) Las velocidades orbitales de los cuerpos. ii) Las energías totales en las órbitas.
b) Una nave espacial se encuentra en una órbita circular a 2000 km de altura sobre la superficie terrestre. i) Calcule el periodo y la velocidad de la nave. ii) ¿Qué energía se necesita comunicar a la nave para que pase a orbitar a 5200 km de altura sobre la sobre la superficie de la Tierra si su masa es de 55000 kg?
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^2\,kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'98\cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) i) La velocidad orbital no depende de la masa de los cuerpos $\Rightarrow \dfrac{v_{orbital\,1}}{v_{orbital\,2}} = 1$

(ii) $E_{Total} = E_{mecánica} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{M_T\cdot m}{R}$

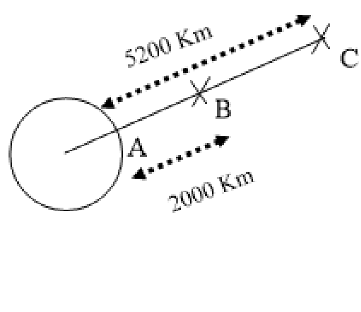
$$\left.\begin{aligned} E_{m1} &= -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R} \\ E_{m2} &= -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot 2m}{R} = 2\cdot E_{m1} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{E_{m2}}{E_{m1}} = 2$$

b) (i)

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\,\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.370.000+2.000.000}} = 6.903'2\ m/s$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot 8.370.000}{6.903'2} = 7.618'2\ s \simeq 2'12\ horas$$

(ii)



Energía a comunicar

$$E_m(C) - E_m(B) = -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R_C} + \frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R_B} = \frac{1}{2}GM_T\cdot m\left(-\frac{1}{R_C}+\frac{1}{R_B}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 55000\left(-\frac{1}{11570000}+\frac{1}{8370000}\right) = 3'625\cdot 10^{11}\ \text{Julios}$$

a) Conteste razonadamente: i) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?. ii) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?.
b) Se quiere subir un objeto de 1000 kg a una altura de 40 m usando una rampa que presenta un coeficiente de rozamiento con el objeto de 0'3. Calcule: i) El trabajo necesario para ello si la rampa forma un ángulo de 10º con la horizontal. ii) El trabajo necesario si la rampa forma un ángulo de 20º. Justifique la diferencia encontrada en ambos casos.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

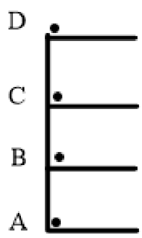
R E S O L U C I O N

a) i) No puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento, ya que esta fuerza no es conservativa, es decir, el trabajo de la fuerza de rozamiento depende de la trayectoria, por lo que no se cumple que: $W(F_{roz}) = -\Delta E_p$.

Ejemplo: Si se mueve un cuerpo arrastrándolo por un suelo entre dos puntos A y B, el trabajo de la fuerza de rozamiento no vale igual si lo llevo en línea recta que si lo llevo por otro camino. Con lo cual no podemos asociar una energía potencial a una fuerza de rozamiento.

ii) Tiene más sentido físico la variación de energía potencial entre dos puntos, ya que siempre vale lo mismo, independientemente del sistema de referencia que se elija. Mientras que la energía potencial en un punto no es siempre la misma ya que depende del sistema de referencia elegido.

Ejemplo: Supongamos una masa m en la azotea de un bloque de pisos de 3 m de altura cada piso.



$E_{pg}(D) = 0$ si tomo la referencia de altura en D

$E_{pg}(D) = mgh = 3mg$ si tomo la referencia de altura en C

$E_{pg}(D) = mgh = 6mg$ si tomo la referencia de altura en B

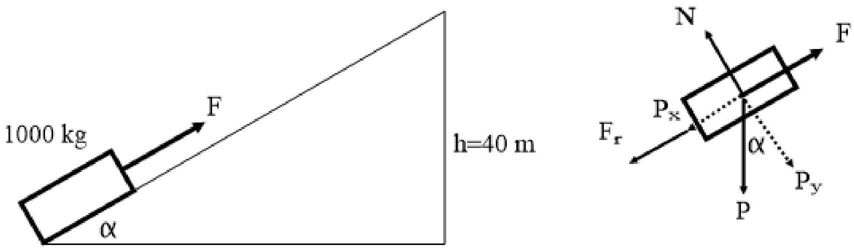
$E_{pg}(D) = mgh = 9mg$ si tomo la referencia de altura en A

Sin embargo, la diferencia de potencial gravitatoria vale siempre lo mismo:

$$\text{Sistema de referencia en C: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 3mg - 0 = 3mg$$

$$\text{Sistema de referencia en B: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 6mg - 3mg = 3mg$$

$$\text{Sistema de referencia en A: } E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = 9mg - 6mg = 3mg$$



i)

$$P = m \cdot g = 1000 \cdot 9'8 = 9800 \text{ N}$$

$$P_x = P \cdot \operatorname{sen} \alpha = 9800 \cdot \operatorname{sen} 10^{o} = 1.701'75 \text{ N}$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = 9800 \cdot \cos 10^{o} = 9.651'12 \text{ N}$$

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'3 \cdot 9.651'12 = 2.895'34 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 2.895'34 + 1.701'75 = 4.597'09 \text{ N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^{o} = 4.597'09 \cdot \frac{h}{\operatorname{sen} \alpha} = 4.597'09 \cdot \frac{40}{\operatorname{sen} 10^{o}} = 1.058.943'45 \text{ Julios}$$

ii)

$$P = m \cdot g = 1000 \cdot 9'8 = 9800 \text{ N}$$

$$P_x = P \cdot \operatorname{sen} \alpha = 9800 \cdot \operatorname{sen} 20^{o} = 3.351'8 \text{ N}$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = 9800 \cdot \cos 20^{o} = 9.208'99 \text{ N}$$

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = 0'3 \cdot 9.208'99 = 2.762'7 \text{ N}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow F - F_{roz} - P_x = 0 \Rightarrow F = 2.762'7 + 3.351'8 = 6.114'5 \text{ N}$$

El trabajo realizado es:

$$W(F) = F \cdot e \cdot \cos 0^{o} = 6.114'5 \cdot \frac{h}{\operatorname{sen} \alpha} = 6.114'5 \cdot \frac{40}{\operatorname{sen} 20^{o}} = 715.104'08 \text{ Julios}$$

Hay diferencia entre los dos casos. Aunque en el 2º caso la fuerza es mayor que en el 1º, resulta que la distancia a recorrer en el 2º caso es casi la mitad de la distancia en el primer caso, lo cual hace que el trabajo en el 2º caso sea menor que en el 1º.

a) i) Defina velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite en órbita circular en torno a la Tierra. ii) ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape de un cuerpo si cambia su altura sobre la superficie terrestre de $2R_T$ a $3R_T$?.

b) El satélite Astra 2C, empleado para emitir señales de televisión, es un satélite en órbita circular geoestacionaria. Calcule: i) La altura a la que orbita respecto de la superficie de la Tierra y su velocidad. ii) La energía invertida para llevar el satélite desde la superficie de la Tierra hasta la altura de su órbita.

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$ **;** $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ **kg ;** $R_T = 6370$ **km ;** $m_{satélite} = 4500$ **kg**

FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) i) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada.

Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a} \Rightarrow F_g = m\cdot a_n \Rightarrow G\frac{M_T\cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T+h}}$$

ii) Sabemos que: $v_{escape} = \sqrt{2\,G\frac{M_T}{R}}$, luego: $\dfrac{v_{escape}\ a\ 2R_T}{v_{escape}\ a\ 3R_T} = \dfrac{\sqrt{2\,G\dfrac{M_T}{2R_T}}}{\sqrt{2\,G\dfrac{M_T}{3R_T}}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

b)(i) Órbita geoestacionaria $\Rightarrow \omega_{satélite} = \omega_{Tierra} = \dfrac{1\ vuelta}{24\ horas} = \dfrac{2\pi\ rad}{24\cdot 3600\ s}$

2ª Ley de Newton $\Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\dfrac{M_T}{R}}$

Sabemos que:

$$v = \omega\cdot R \Rightarrow \omega\cdot R = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} \Rightarrow \omega^2\cdot R^2 = G\frac{M_T}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 20^{24}}{\left(\frac{2\pi}{24\cdot 3600}\right)^2}} = 42250'47\ km$$

y como: $R = R_T + h \Rightarrow h = R - R_T = 42.250'47 - 6.370 = 35.880'47\ km$

(ii) Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow E_c(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) - E_{pg}(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_c(A) = \frac{1}{2}m\cdot G\frac{M_T}{R} - G\frac{M_T m}{R} + G\frac{M_T m}{R_T} = G\cdot M_T\cdot m\cdot\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right) =$$

$$= 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 4500\cdot\left(\frac{1}{6370000} - \frac{1}{2\cdot 42250470}\right) = 2'6\cdot 10^{11}\ \text{Julios}$$

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2018

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas: (i) el periodo orbital de la Luna se duplica. (ii) su velocidad orbital permanece constante.
b) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700 N.
$\mathbf{g_T = 9'8\ m s^{-2}}$
FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) Los datos son: $\begin{cases} M_T^* = 2M_T \\ R_T^* = 2R_T \end{cases}$

(i). Falsa. El periodo orbital de la Luna es: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v_0}$, el nuevo periodo orbital será:

$$T^* = \frac{2\pi R}{v_0^*} = \frac{2\pi R}{\sqrt{2}v_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2\pi R}{v_0} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

Luego, el periodo orbital disminuye en $\sqrt{2}$.

(ii). Falsa. La velocidad orbital de la Luna es: $v_0 = \sqrt{G\frac{M_T}{R_L}}$, la nueva velocidad orbital será:

$$v_0^* = \sqrt{G\frac{M_T^*}{R_L}} = \sqrt{G\frac{2M_T}{R_L}} = \sqrt{2}\sqrt{G\frac{M_T}{R_L}} = \sqrt{2}\cdot v_0$$

Luego, la velocidad orbital aumente en $\sqrt{2}$
Es razonable que así sea, ya que si aumenta la masa de la Tierra, la fuerza gravitatoria sobre la Luna debe aumentar, para mantener a la Luna en su órbita, debe de ir más rápido por lo que tardará menos en dar una vuelta completa a la Tierra.

b) Sabemos por el enunciado que: $M_m = \frac{M_T}{10}$ y $R_m = \frac{R_T}{2}$

Calculamos la masa de esa persona, que no varía al estar en la Tierra o en Marte

$$P_T = m\cdot g_T \Rightarrow m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{700}{9'8} = 71'43\ \text{kg}$$

Calculamos la gravedad en Marte:

$$\frac{g_m}{g_T} = \frac{G\cdot\frac{M_m}{R_m^2}}{G\cdot\frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_m\cdot R_T^2}{M_T\cdot R_m^2} = \frac{\frac{M_T}{10}\cdot R_T^2}{M_T\cdot\frac{R_T^2}{4}} = \frac{4}{10} = 0'4 \Rightarrow g_m = g_T\cdot 0'4 = 9'8\cdot 0'4 = 3'92\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Por lo tanto, el peso de esa persona en Marte es: $P_m = m\cdot g_m = 71'43\cdot 3'92 = 280\ \text{N}$

a) Un satélite artificial describe una órbita circular en torno a la Tierra. ¿Cómo cambiaría su velocidad orbital si la masa de la Tierra se duplicase, manteniendo constante su radio? ¿Y su energía mecánica?
b) Se desea situar un satélite de 100 kg de masa en una órbita circular a 100 km de altura alrededor de la Tierra. (i) Determine la velocidad inicial mínima necesaria para que alcance dicha altura; (ii) una vez alcanzada dicha altura, calcule la velocidad que habría que proporcionarle para que se mantenga en órbita.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km
FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) Los datos son: $\begin{cases} M_T^* = 2M_T \\ R_T^* = R_T \end{cases}$

La velocidad orbital del satélite: $v_0 = \sqrt{G\frac{M_T}{R_S}}$, la nueva velocidad orbital será:

$$v_0^* = \sqrt{G\frac{M_T^*}{R_S}} = \sqrt{G\frac{2M_T}{R_S}} = \sqrt{2}\sqrt{G\frac{M_T}{R_S}} = \sqrt{2}\cdot v_0$$

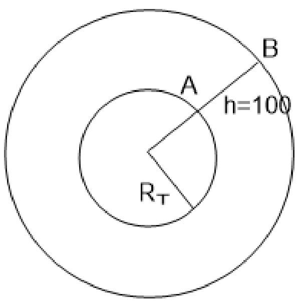
Luego, la velocidad orbital aumenta en $\sqrt{2}$

La energía mecánica de un satélite es: $E_m = -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R}$, la nueva energía mecánica, será:

$$E_m^* = -\frac{1}{2}G\frac{M_T^*\cdot m}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{2M_T\cdot m}{R} = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R}\right) = 2\cdot E_m$$

Luego, la energía mecánica se duplica.

b)



(i) En ausencia de rozamiento, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica entre A y B: $E_m(A)=E_m(B)$

$$E_m(A)=E_m(B)\Rightarrow E_p(A)+E_c(A)=E_p(B)+E_c(B)\Rightarrow -G\frac{M_T m}{R_A}+\frac{1}{2}mv_A^2=-G\frac{M_T m}{R_B}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_A^2=2\cdot\left(-G\frac{M_T}{R_B}+G\frac{M_T}{R_A}\right)=2\cdot G\cdot M_T\cdot\left(-\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_A}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_A=\sqrt{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\left(-\frac{1}{6470000}+\frac{1}{6370000}\right)}=1391'25\ m\cdot s^{-1}$$

(ii) Para que se mantenga en órbita debe tener una velocidad orbital

$$v_0=\sqrt{G\frac{M_T}{R}}=\sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6470000}}=7851'66\ m\cdot s^{-1}$$

a) Fuerzas conservativas y energía potencial. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza no conservativa.
b) Dos masas puntuales $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 3$ kg se encuentran situadas respectivamente en los puntos $(0,2)$ m y $(0,-3)$ m. Calcule el trabajo necesario para trasladar una masa $m_3 = 1$ kg desde el punto (0,0) m al punto (1,0) m.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

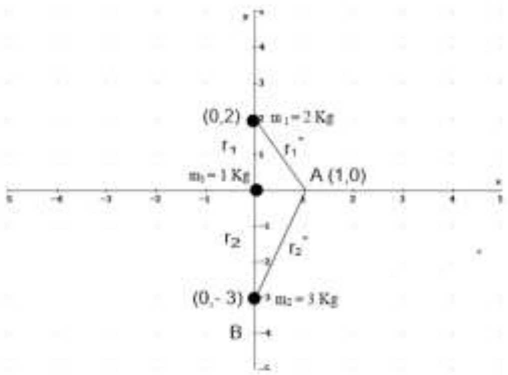
a) Una fuerza es conservativa cuando su trabajo entre dos puntos no depende de la trayectoria (camino) entre esos dos puntos.
Esto hace que para hacer el cálculo del trabajo no sea necesario hacer una integral a lo largo de un camino, sino que se define una función potencial (llamada también energía potencial) que depende del punto de cálculo. Entonces el trabajo de la fuerza conservativa se puede calcular como la variación de la función potencial entre dos puntos (punto inicial y punto final).

$$W_{A\to B} = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$$

Ejemplo: La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa

$$W(F_g) = -\left[mgh(B) - mgh(A)\right]$$

Siendo mgh el valor de la energía potencial gravitatoria
b)



En el dibujo vemos que: $r_1^* = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}\,m$; $r_1 = 2\,m$; $r_2 = 3\,m$; $r_2^* = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}\,m$
Calculamos la energía potencial en A y en O

$$E_p(O) = E_{p1}(O) + E_{p2}(O) = -G\cdot\frac{m_1\cdot m}{r_1} - G\cdot\frac{m_2\cdot m}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\left(\frac{2\cdot 1}{2} + \frac{3\cdot 1}{3}\right) = -1'334\cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

$$E_p(A) = E_{p1}(A) + E_{p2}(A) = -G\cdot\frac{m_1\cdot m}{r_1^*} - G\cdot\frac{m_2\cdot m}{r_2^*} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\left(\frac{2\cdot 1}{\sqrt{5}} + \frac{3\cdot 1}{\sqrt{10}}\right) = -1'229\cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Calculamos el trabajo: $W_{O\to A} = E_p(O) - E_p(A) = -1'334\cdot 10^{-10} - (-1'229\cdot 10^{-10}) = -1'05\cdot 10^{-11}\ \text{J}$

a) Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra. ¿Cuál es mayor, la velocidad orbital de un satélite de 2000 kg o la de otro de 1000 kg? Razone sus respuestas.
b) Un satélite de masa $2\cdot 10^{3}$ kg describe una órbita circular de 5500 km en torno a la Tierra. Calcule: (i) La velocidad orbital; (ii) la velocidad con que llegaría a la superficie terrestre si se dejara caer desde esa altura con velocidad inicial nula.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^{2} kg^{-2}$; $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km
FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

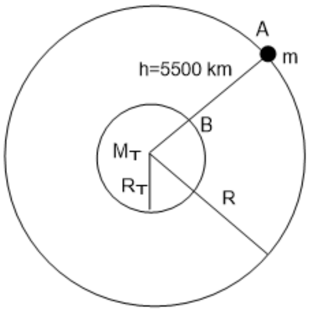
a) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada.
Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m\cdot \vec{a} \Rightarrow F_g = m\cdot a_n \Rightarrow G\frac{M_T\cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T + h}}$$

Si los dos satélites se encuentran en la misma órbita, la velocidad orbital es la misma para los dos satélites, ya que la velocidad orbital no depende de la masa del satélite.

Si están en órbitas diferentes, el satélite que esté más cerca de la Tierra, tendrá mayor velocidad orbital.

b)



(i) $v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T + h}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{6.370.000 + 5.500.000}} = 5.796'8\ m\cdot s^{-1}$

(ii) En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_p(A) + \cancel{E_c(A)} = E_p(B) + E_c(B) \Rightarrow -G\frac{M_T m}{R_A} = -G\frac{M_T m}{R_B} + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2\cdot\left(G\frac{M_T}{R_B} - G\frac{M_T}{R_A}\right) = 2\cdot G\cdot M_T\cdot\left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\left(\frac{1}{6370000} - \frac{1}{6370000 + 5500000}\right)} = 5.386'41\ m\cdot s^{-1}$$

Es la velocidad con la que chocaría con la superficie terrestre.

a) Razone la veracidad o falsedad de las siguientes frases: (i) La energía cinética y potencial toman siempre valores positivos; (ii) en un campo gravitatorio una masa en reposo comienza a moverse hacia donde su energía potencial disminuye.
b) Un objeto de 2 kg con una velocidad inicial de $5\ m\cdot s^{-1}$ se desplaza 20 cm por una superficie horizontal para, a continuación, comenzar a ascender por un plano inclinado 30º. El coeficiente de rozamiento entre el objeto y ambas superficies es 0,1. Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el objeto en ambas superficies y calcule la altura máxima que alcanza el objeto mediante consideraciones energéticas.
$g = 10\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

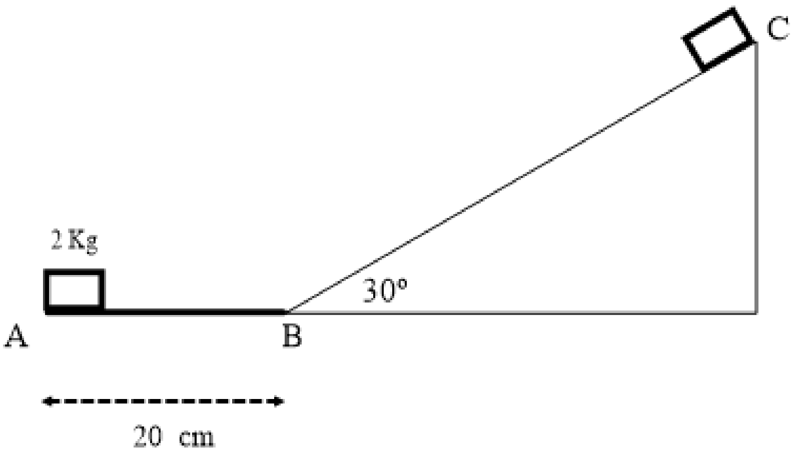
R E S O L U C I O N

a)

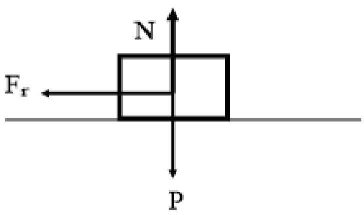
(i) La energía cinética $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ es siempre mayor o igual que cero, ya que la masa es positiva y v^2 es positivo o cero si la velocidad es cero.
La energía potencial puede tomar valores negativos, dependiendo de donde se tome la $E_p = 0$. Por ejemplo: si $E_p = mgh$, con h por debajo del suelo, entonces h es negativa y $E_{pg} < 0$
Luego la afirmación es falsa.

(ii) La afirmación es verdadera, ya que una masa en reposo tiende a tener la menor energía posible. Por ejemplo: Se suelta un cuerpo desde una altura h, la E_{pg} va disminuyendo conforme disminuye la altura. Ocurre que la fuerza gravitatoria realiza un trabajo positivo a mover a la masa.

b)



Tramo $\overline{AB}$: Diagrama de fuerzas

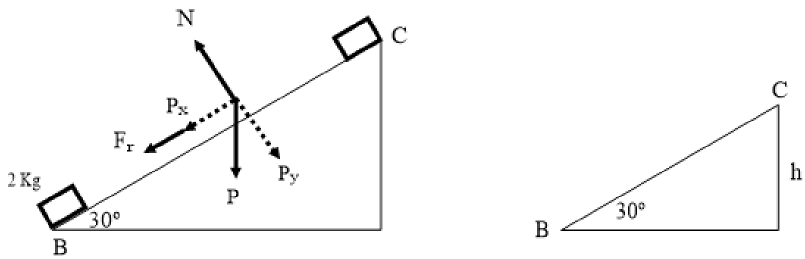


$$P = m \cdot g = 2 \cdot 9'8 = 19'6 \text{ N}$$
$$N = P = 19'6 \text{ N}$$
$$F_R = \mu \cdot N = 0'1 \cdot 19'6 = 1'96 \text{ N}$$

Balance de energías entre A y B:

$$E_c(A) = E_c(B) + |W_{AB}(f_{roz})| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A{}^2 = E_c(B) + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 = E_c(B) + 1'96 \cdot 0'2 \Rightarrow E_c(B) = 24'608 \text{ J}$$

Tramo $\overline{BC}$: Diagrama de fuerzas



$$P = m \cdot g = 2 \cdot 9'8 = 19'6 \text{ N}$$
$$N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = 16'97 \text{ N}$$
$$F_R = \mu \cdot N = 0'1 \cdot 16'97 = 1'697 \text{ N}$$
$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h}{\overline{BC}} \Rightarrow h = \frac{\overline{BC}}{2}$$

Balance de energías entre B y C:

$$E_c(B) = E_{pg}(C) + |W_{BC}(f_{roz})| \Rightarrow 24'608 = 2 \cdot 9'8 \cdot h + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow 24'608 = 2 \cdot 9'8 \cdot h + 1'697 \cdot 2 \cdot h \Rightarrow h = 1'07 \text{ m}$$

a) Defina velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.
b) Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de $7'5\cdot 10^{3}\ m\cdot s^{-1}$. Calcule: (i) El radio de la órbita; (ii) la energía potencial del satélite; (iii) la energía mecánica del satélite.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^{2}kg^{-2}$; $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km
FISICA. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) La velocidad de escape es la velocidad necesaria que hay que dar a un cuerpo para que salga del campo gravitatorio de otro cuerpo, es decir, para trasladarlo al infinito.
En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_m(A) = E_m(+\infty) \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = \cancel{E_{pg}(+\infty)} + \cancel{E_c(+\infty)} \Rightarrow -G\frac{M\cdot m}{R} + \frac{1}{2}mv^2_{escape} = 0 \Rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b)

(i) $v(B) = 7'5\cdot 10^{3}\ m\cdot s^{-1} = v_{orbital}$

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} \Rightarrow R = G\frac{M_T}{v^2_{orbital}} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5'98\cdot 10^{24}}{(7.500)^2} = 7090951\ m = 7090'95\ km$$

(ii) $E_{pg} = -G\dfrac{M_T\cdot m}{R} = -7500^{2}\cdot 100 = -5'625\cdot 10^{9}\ J$

(iii) $E_m = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}mG\dfrac{M_T}{R} = -\dfrac{1}{2}(5'625\cdot 10^{9}) = -2'8125\cdot 10^{9}\ J$

a) ¿A qué altura de la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio se reduce a la cuarta parte de su valor sobre dicha superficie? Exprese el resultado en función del radio de la Tierra R_T.

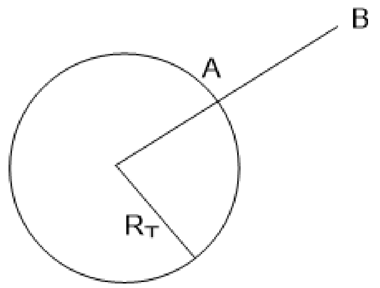
b) Sabiendo que el radio de Marte es 0,531 veces el radio de la Tierra y que la masa de Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra. Determine: (i) El valor de la gravedad en la superficie de Marte; (ii) el tiempo que tardaría en llegar al suelo una piedra de 1 kg de masa que se deja caer desde una altura de 10 m sobre la superficie de Marte.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km

FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)



$$g(B) = \frac{1}{4} g(A) \Rightarrow G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{1}{4} G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow 4 \cdot R_T^2 = (R_T+h)^2 \Rightarrow 2 \cdot R_T = (R_T+h) \Rightarrow R_T = h$$

Luego, a una altura igual al radio de la Tierra.

b) Sabemos que: $R_M = 0'531 R_T$; $M_M = 0'107 M_T$

(i) $g(M) = G\frac{M_M}{R_M^2} = G\frac{0'107 M_T}{(0'531 R_T)^2} = \frac{0'107}{0'531^2} G\frac{M_T}{R_T^2} = 3'73\ m \cdot s^{-2}$

(ii) Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Se puede considerar la gravedad de Marte constante en esos 10 m ya que 10 m es muy pequeño respecto del radio de Marte.

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} 3'73 t^2 \Rightarrow t = 2'32\ s$$

Luego, el tiempo que tarda en caer es 2'32 s

a) Indique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.
b) Un cuerpo de 20 kg de masa se encuentra inicialmente en reposo en la parte más alta de una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal. El cuerpo desciende por la rampa recorriendo 15 m, sin rozamiento, y cuando llega al final de la misma recorre 20 m por una superficie horizontal rugosa hasta que se detiene. Calcule el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie horizontal haciendo uso de consideraciones energéticas.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

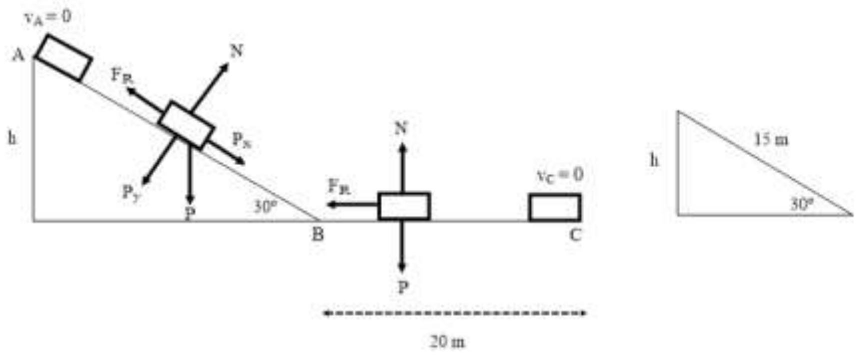
a) La fuerza gravitatoria viene dada por la ley de gravitación universal.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

$F =$ Fuerza gravitatoria (N)
$G =$ Constante de gravitación universal
$M =$ Masa de un cuerpo (kg)
$m =$ Masa de un cuerpo (kg)
$d =$ Distancia entre las masas (m)

- Las fuerzas gravitatorias son siempre atractivas.
- Las fuerzas gravitatorias son centrales (de centro de M a centro de m).
- Las fuerzas gravitatorias son conservativas (el trabajo realizado entre dos puntos no depende del camino seguido).
- Las fuerzas gravitatorias son independientes del medio que las rodeen (G es constante universal, no depende del medio).
- Las fuerzas gravitatorias varían con el inverso del cuadrado de la distancia, extiende su acción hasta el infinito.
- El movimiento de las masas no influye en las fuerzas gravitatorias, mientras se mantenga la distancia entre las masas.

b)



$$\operatorname{sen} 30^{\circ} = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 7'5 \text{ m}$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

Al no haber rozamiento entre A y B se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow \cancel{E_c(A)} + E_{pg}(A) = E_c(B) + \cancel{E_{pg}(B)} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 7'5} = 12'12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_c(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 147 = 1470 \text{ J}$$

Balance de energías entre B y C:

$$E_c(B) = \cancel{E_c(C)} + \left| W_{BC}(f_{roz}) \right| \Rightarrow 1470 = F_{roz} \cdot \overline{BC} \Rightarrow 1470 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \overline{BC} = \mu \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot 20 \Rightarrow \mu = 0'375$$

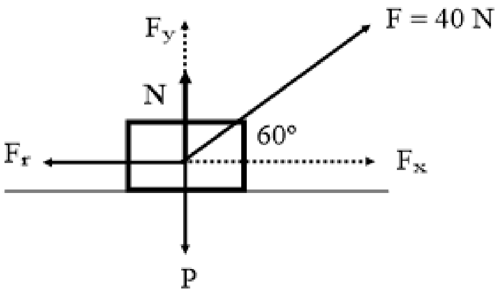
a) Para calcular la energía potencial gravitatoria se suelen utilizar las fórmulas $E_p = mgh$ y $E_p = -G\dfrac{M\cdot m}{r}$. Indique la validez de ambas expresiones y dónde se sitúa el sistema de referencia que utiliza cada una de ellas.
b) Sobre un bloque de 10 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal rugosa, se aplica una fuerza de 40 N que forma un ángulo de 60º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie vale 0,2. Realice un esquema indicando las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule la variación de energía cinética del bloque cuando éste se desplaza 0,5 m.
$g = 9'8\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) La expresión $E_p = mgh$ tiene validez cuando g se mantenga constante. Esto ocurre para valores de h despreciables frente al radio terrestre. En este caso el sistema de referencia ($h = 0$) se toma a nivel del suelo (nivel del mar).

La expresión $E_p = -G\cdot\dfrac{M\cdot m}{r}$ es una expresión general que se puede utilizar para $r \geq R_T$. En este caso, en el infinito, $E_p = 0$, allí está la referencia.

b)



Se aplica el teorema de la energía cinética: El trabajo realizado por la fuerza resultante es igual a la variación de energía cinética: $W(\vec{R}) = E_{cf} - E_{ci}$

$$\begin{cases} \text{Eje X}: F\cdot\cos 60^o - F_R = m\cdot a \\ \text{Eje Y}: F\cdot \text{sen } 60^o + N = P \Rightarrow N = P - F\cdot\text{sen } 60^o = 9'8\cdot 10 - 40\cdot\text{sen } 60^o = 63'36 \end{cases}$$

$$F_R = \mu\cdot N = 0'2\cdot 63'36 = 12'67$$

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F_R} = (F\cdot\cos 60^o - F_R)\vec{i} = \left(40\cdot\frac{1}{2} - 12'67\right)\vec{i} = 7'33\vec{i}$$

$$W(\vec{R}) = E_{cf} - \cancel{E_{ci}} = 7'33\cdot 0'5 = 3'67\ J$$

a) Un bloque de masa m tiene un peso P sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso en los siguientes casos: (i) Si la masa de la Tierra se redujese a la mitad sin variar su radio; (ii) si la masa de la Tierra no variase pero su radio se redujese a la mitad.
b) Un bloque de 1 kg de masa asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de $10\ m\cdot s^{-1}$ y el coeficiente de rozamiento entre las superficies del bloque y el plano inclinado es 0,3. Determine mediante consideraciones energéticas: (i) La altura máxima a la que llega el bloque; (ii) el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
$g = 9'8\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)

(i) $M_T^* = \dfrac{M_T}{2}$

$$P = m\cdot g = G\frac{M_T\cdot m}{R_T^2} \Rightarrow P^* = G\frac{M_T^*\cdot m}{R_T^2} = \frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R_T^2} = \frac{P}{2}$$

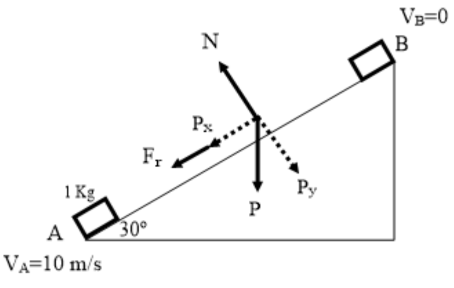
Luego, vemos que el nuevo peso se reduce a la mitad.

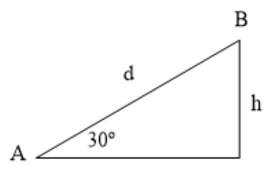
(ii) $R_T^* = \dfrac{R_T}{2}$

$$P = m\cdot g = G\frac{M_T\cdot m}{R_T^2} \Rightarrow P^* = G\frac{M_T\cdot m}{R_T^{*2}} = G\frac{M_T\cdot m}{\left(\dfrac{R_T}{2}\right)^2} = 4P$$

Luego, vemos que el nuevo peso se cuadruplica.

b)





$$\text{sen}\,30º = \frac{h}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = 2h$$

$$F_R = \mu\cdot N = \mu\cdot P\cdot \cos 30º = 0'3\cdot 1\cdot 9'8\cdot \cos 30º = 2'546\ N$$

(i) Mediante un balance de energía

$$E_c(A) = E_{pg}(B) + \left|W_{F_{roz}}\right| \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + F_{roz}\cdot\overline{AB} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 10^2 = 1\cdot 9'8\cdot h + 2h\cdot 2'546 \Rightarrow h = 3'36\ m$$

(ii) $W_{F_{roz}} = F_{roz}\cdot\overline{AB}\cdot\cos 180º = -2'546\cdot 2\cdot 3'36 = -17'11\ J$

a) Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: (i) sólo las fuerzas conservativas realizan trabajo; (ii) si sobre una partícula únicamente actúan fuerzas conservativas la energía cinética de la partícula no varía.
b) En la superficie de un planeta de 2000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de $3\ m\cdot s^{-2}$. Calcule: (i) La masa del planeta; (ii) la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie.
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}}$
FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)

(i) Es Falsa. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa y realiza trabajo cuando se desplaza un cuerpo(trabajo negativo porque se opone al movimiento).

(ii) Es Falsa. Por ejemplo, en ausencia de rozamiento, al soltar un cuerpo desde una altura, el peso(que es fuerza conservativa) hace que el cuerpo acelero, por lo que aumenta la energía cinética.

b)

(i) 2ª Ley de Newton:

$$F_g = G\frac{M_p\cdot m}{R_p^2} = m\cdot a_p \Rightarrow a_p = G\frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow 3 = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{M_p}{(2\cdot 10^6)^2} \Rightarrow M_p = 1'8\cdot 10^{23}\ kg$$

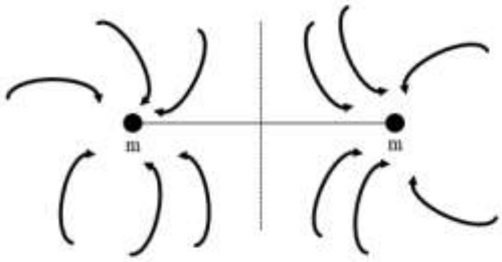
(ii) La velocidad de escape es:

$$v_{escape} = \sqrt{2G\frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\frac{1'8\cdot 10^{23}}{2\cdot 10^6}} = 3464'97\ m\cdot s^{-1}$$

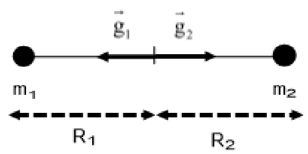
a) Dibuje las líneas de campo gravitatorio de dos masas puntuales de igual valor y separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto donde la intensidad de campo gravitatorio se anula?. ¿Y el potencial gravitatorio?. Razone sus respuestas.
b) Dos masas iguales de 50 kg se sitúan en los puntos A(0,0) m y B(6,0) m. Calcule: (i) El valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto P(3,3) m; (ii) si situamos una tercera masa de 2 kg en el punto P, determine el valor de la fuerza gravitatoria que actúa sobre ella.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N\, m^2\, kg^{-2}}$
FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



El campo gravitatorio vale cero en el punto medio del segmento que une las dos masas.



Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0$

Para que la suma de los dos vectores sea cero, los módulos deben ser iguales.

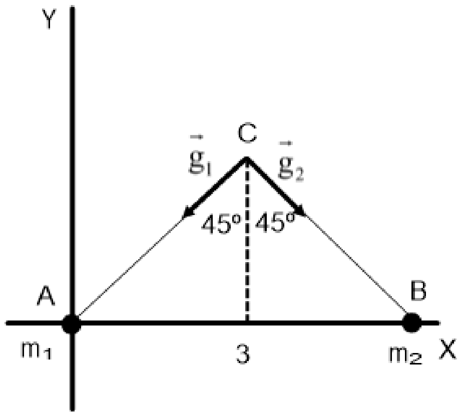
$$\left.\begin{array}{l} \left|\vec{g}_1(P)\right| = G\dfrac{m_1}{R_1^2} \\ \left|\vec{g}_2(P)\right| = G\dfrac{m_2}{R_2^2} \end{array}\right\}$$ Como las masas son iguales ($m_1 = m_2 = m$) y la distancia es la misma, pues es el punto medio ($R_1 = R_2 = R$), entonces, en el punto medio $\vec{g}(P) = 0$

Hacemos el mismo razonamiento para el potencial gravitatorio, teniendo en cuenta que es un escalar.

$$V_g(P) = V_{g1}(P) + V_{g2}(P) = 0$$

Para que la suma sea 0, uno de los potenciales debe ser negativo y el otro positivo. Esto no es posible porque los dos potenciales gravitatorios son negativos. Luego, no existe ningún punto P donde $V_g(P) = 0$.

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(C) = \vec{g}_1(C) + \vec{g}_2(C)$

$$\left|\vec{g}_1(C)\right| = G\frac{m}{R_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{50}{18} = 1'85\cdot 10^{-10}$$

$$\left|\vec{g}_2(C)\right| = G\frac{m}{R_2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{50}{18} = 1'85\cdot 10^{-10}$$

Los módulos son iguales y los vectores forman el mismo ángulo (45º) con la vertical, luego, la suma es un vector vertical hacia abajo. Luego, el campo gravitatorio en C vale:

$$\vec{g}(C) = 1'85\cdot 10^{-10}(-\cos 45^\circ\,\vec{i} - \operatorname{sen} 45^\circ\,\vec{j}) + 1'85\cdot 10^{-10}(\cos 45^\circ\,\vec{i} - \operatorname{sen} 45^\circ\,\vec{j}) = -2\cdot 1'85\cdot 10^{-10}\operatorname{sen} 45^\circ\,\vec{j} =$$
$$= -2'62\cdot 10^{-10}\,\vec{j}\ \ m\cdot s^{-2}$$

(ii) Calculamos la fuerza gravitatoria

$$\vec{F}_g(C) = m\cdot\vec{g}(C) = 2\cdot(-2'62\cdot 10^{-10}\,\vec{j}) = -5'42\cdot 10^{-10}\,\vec{j}\ \ N$$